



IUT STID, 1<sup>ère</sup> année et APPC  
**Statistique descriptive**  
 Devoir du 5 novembre 2009

**Important : Les réponses sont à donner directement sur le sujet. N'oubliez pas de noter votre nom.**  
**Par ailleurs, les documents sont interdits et les calculatrices autorisées.**

Nom : .....

**Exercice 1**

Le tableau ci-dessous donne la répartition du nombre d'enfants par famille (en milliers de familles) selon la composition (en terme d'adultes) dans le foyer en France en 1999 (*source : INSEE*).

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4
Effectifs des familles avec un seul adulte (homme)	77	137	55	17	6
Effectifs des familles avec un seul adulte (femme)	414	722	378	127	51
Effectifs des familles avec deux adultes	7 001	2 757	2 822	1 124	408

Vous trouverez, à la fin de l'exercice (page 3), un espace où vous pourrez préciser le détail de vos calculs, si besoin était.

1. Quelles sont les populations étudiées ? Quelles sont leurs tailles ?

Réponse :

Trois populations sont étudiées :

- les familles françaises (en 1999) avec un seul adulte (homme) dont la taille est égale à  $77 + 137 + 55 + 17 + 6 = 292$  milliers ;
- les familles françaises (en 1999) avec un seul adulte (femme) dont la taille est égale à  $414 + 722 + 378 + 127 + 51 = 1 692$  milliers ;
- les familles françaises (en 1999) avec deux adultes dont la taille est égale à  $7 001 + 2 757 + 2 822 + 1 124 + 408 = 14 112$  milliers.

2. Quelle est la variable étudiée ? Quel est son type ?

Réponse :

On étudie le nombre d'enfants dans la famille qui est une variable de type quantitative discrète.

3. Calculer les fréquences de la variable pour les familles composées seulement d'un homme.

Réponse :

**Tableau de fréquences pour la population des familles composées seulement d'un homme**

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4
Fréquences (%)	$\frac{77}{292} \approx 26,4\%$	46,9%	18,8%	5,8%	2,1%

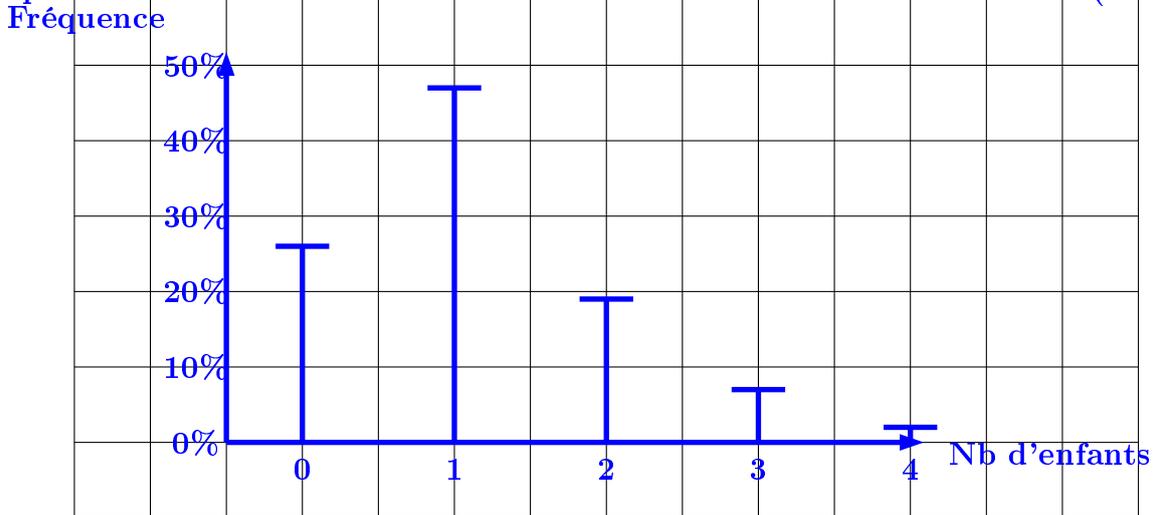
4. On donne le tableau de fréquences pour les familles composées de deux adultes :

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4
Fréquences (%)	49,6%	19,5%	20%	8%	2,9%

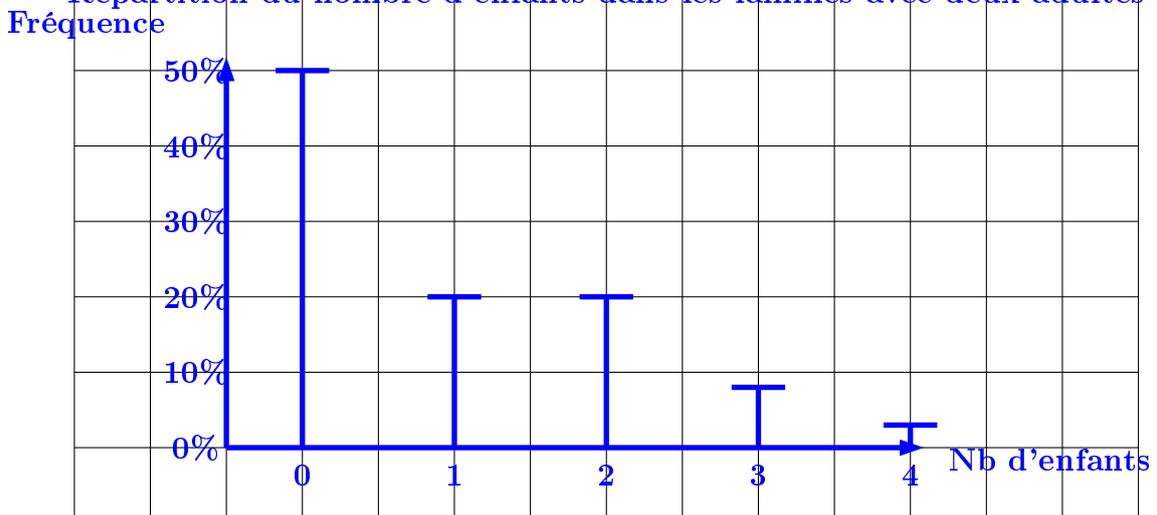
Représenter, à la même échelle et sur les deux quadrillages ci-dessous, les fréquences obtenues pour les familles composées seulement d'un homme et les fréquences obtenues pour les familles composées de deux adultes.

Réponse :

Répartition du nombre d'enfants dans les familles avec un seul adulte (homme)



Répartition du nombre d'enfants dans les familles avec deux adultes



5. Commenter la différence entre les deux distributions représentées précédemment.

Réponse :

La distribution du nombre d'enfants dans les familles avec un homme seul est pratiquement symétrique avec un pic pour les familles avec un enfant : elle présente un léger étalement vers la droite. La distribution du nombre d'enfants dans les familles avec deux adultes présente un fort étalement à droite et un pic très prononcé pour les familles n'ayant aucun enfant.

6. Déterminer :

- (a) le nombre moyen d'enfants des familles avec un seul adulte (homme) ;

Réponse :

$$\bar{X}_H = \frac{322}{292} \simeq 1,10.$$

- (b) le nombre médian d'enfants des familles avec un seul adulte (homme). Que peut-on dire de la différence entre moyenne et médiane pour cette variable ?

Réponse :

$\frac{N_H}{4} = \frac{292}{4} = 73$  donc  $m_H = 1$ . La moyenne et la médiane sont très proche, signe d'une distribution relativement symétrique avec un léger étalement vers la droite (moyenne supérieure à la médiane).

- (c) l'écart type du nombre d'enfants des familles avec un seul adulte (homme). En déduire le coefficient de variation du nombre d'enfants des familles avec un seul adulte.

Réponse :

$$\text{Var}(X_H) = \frac{606}{292} - 1,10^2 \simeq 0,859$$

d'où

$$\sigma(X_H) = \sqrt{0,859} \simeq 0,927.$$

Ainsi,

$$C_{\text{Var}}(X_H) = \frac{0,927}{1,1} \simeq 84,1\%$$

7. Pour les familles avec deux adultes, on donne :

$$\bar{X}_C = 0,95 \quad \text{et} \quad \sigma(X_C) = 1,55.$$

Commenter la différence avec les valeurs trouvées dans la question précédente.

Réponse :

Le nombre moyen d'enfants des familles avec deux adultes est plus faible que le nombre moyen d'enfants des familles composées de d'un seul adulte homme, principalement dû au fort pourcentage de couples sans enfants. Par contre, la variabilité du nombre d'enfants dans les familles composées de deux adultes est plus forte que celle des familles composées d'un homme seul : ces derniers ont, en effet, plus rarement deux ou plus enfants à leur charge.

## Espace supplémentaire pour d'éventuels détails dans les calculs :

Réponse :

Tableau de calculs pour la population des familles composées d'un homme seul :

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	Total
Effectifs (homme seul)	77	137	55	17	6	292
$n_i x_i$	$77 \times 0 = 0$	137	110	51	24	322
Effectifs cumulés	1010	214	269	286	292	✕
$n_i x_i^2$	$77 \times 0^2 = 0$	1310	220	153	96	606

## Exercice 2

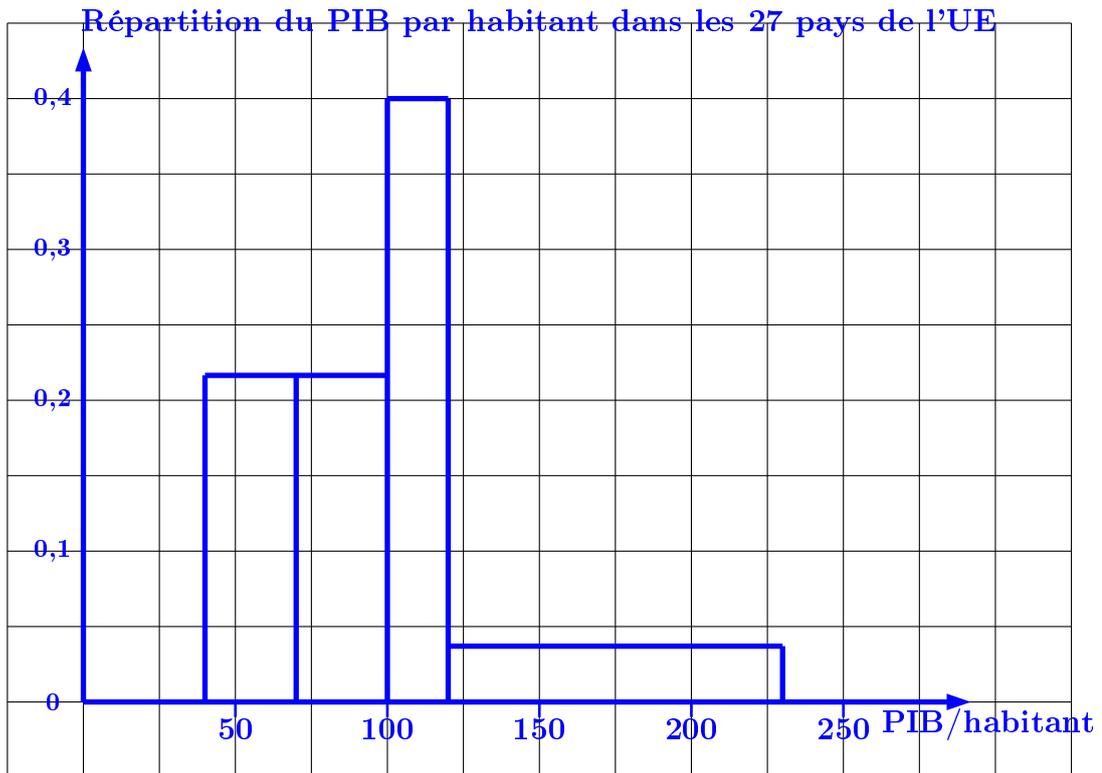
On considère la population formée des 27 pays de l'UE en 2008 et on étudie, pour ces pays, la variable "PIB par habitant" (exprimée en standard de pouvoir d'achat, *source : INSEE*). Le tableau d'effectifs de cette variable est donné ci-dessous :

PIB par habitant	[40; 70[	[70; 100[	[100; 120[	[120; 255]	Total
Effectifs	7	7	8	5	27

Vous trouverez, à la fin de l'exercice (page 7), un espace où vous pourrez préciser le détail de vos calculs, si besoin était.

1. Construire l'histogramme de cette série statistique sur le quadrillage ci-dessous.

Réponse :



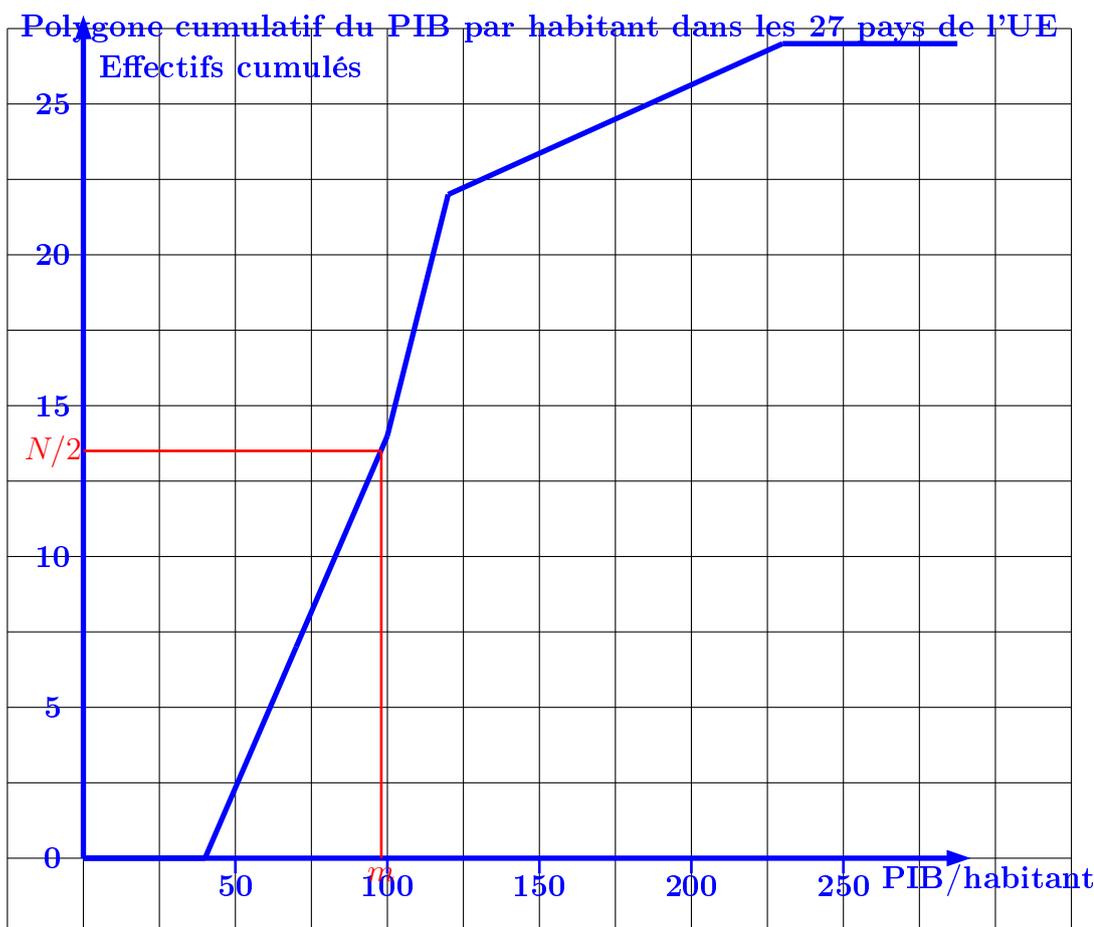
2. Commenter la distribution de cette variable.

Réponse :

Le PIB par habitant est très concentré dans la classe [100, 120[ et présente un étalement vers la droite : c'est le signe de l'existence de quelques pays ayant un PIB par habitant particulièrement important comparativement aux autres pays de l'UE.

3. Construire le polygone cumulé de cette série statistique sur le quadrillage ci-dessous.

Réponse :



4. À partir du graphique précédent, déterminer le PIB par habitant médian en Europe en 2008.

Réponse :

$$\frac{N}{2} = \frac{27}{2} = 13,5; \text{ on lit, sur le polygone cumulatif, } m \simeq 98.$$

5. **Calculer** le PIB par habitant médian en Europe en 2008.

Réponse :

$$\frac{N}{2} = \frac{27}{2} = 13,5 : \text{ le PIB par habitant médian est donc dans la classe } [100; 120[. \text{ On a :}$$

$$m = 70 + (100 - 70) \times \frac{13,5 - 7}{14 - 7} \simeq 97,86$$

6. Sur ces 27 pays, le PIB par habitant moyen et l'écart type du PIB par habitant étaient égaux, en 2008, à

$$\bar{X}_{08} = 97,72 \quad \text{et} \quad \sigma(X_{08}) = 40,87.$$

Sur ces mêmes pays en 1997 (dont certains ne faisaient, alors, par encore partie de l'UE), le PIB par habitant médian et l'écart type du PIB par habitant étaient égaux à :

$$\bar{X}_{97} = 92,99 \quad \text{et} \quad \sigma(X_{97}) = 41,52.$$

Commenter les différences entre ces deux années.

Réponse :

Entre 1997 et 2008, le PIB par habitant moyen a augmenté pour les 27 pays actuellement membres de l'UE : cela s'explique, notamment, par une augmentation du PIB par habitant des pays nouvellement entrés dans l'UE.

Dans la même période, l'écart type du PIB par habitant a diminué, signe d'une homogénéisation des PIB au sein de l'UE.

7. Le PIB par habitant de la France était égal en 1997 à 114,6 et en 2008 à 107,3 : comparativement à l'ensemble de l'UE, la France était-elle mieux placée au niveau de son PIB par habitant en 1997 ou en 2008? (Justifier)

Réponse :

On calcule, pour cela, les variables centrées réduites :

$$\begin{array}{cc} \text{en 1997} & \text{en 2008} \\ \frac{114,6-92,99}{41,52} \simeq 0,52 & \frac{107,3-97,72}{40,87} \simeq 0,23 \end{array}$$

En conclusion, la France avait un PIB par habitant plus élevé, comparativement aux autres membres de l'UE, en 1997 qu'en 2008.

## Espace supplémentaire pour d'éventuels détails dans les calculs :

Réponse :

PIB par habitant	[40; 70[	[70; 100[	[100; 120[	[120; 255]	Total
Effectifs	7	7	8	5	27
$a_i$	$70 - 40 = 30$	30	20	135	✕
$d_i$	$\frac{7}{30} \simeq 0,233$	0,233	0,4	0,037	✕
$n_i^*$	7	14	22	27	✕