



Nathalie Villa-Vialaneix

**Illustration du cours de**  
**Statistique Descriptive II (M1201)**

*Année scolaire 2013/2014*



Université de Perpignan Via Domitia, IUT  
STatistique et Informatique Décisionnelle (STID)



# Table des matières

<b>1 Généralités sur la statistique descriptive bivariée</b>	<b>5</b>
1.1 Mise en forme des données . . . . .	5
1.2 Distributions marginales . . . . .	5
1.3 Distributions conditionnelles . . . . .	5
<b>2 Représentations graphiques</b>	<b>7</b>
2.1 Représentation graphique de deux variables qualitatives . . . . .	7
2.2 Représentation graphique d'une variable qualitative et d'une variable quantitative . . . . .	7
2.3 Représentation graphique de deux variables quantitatives . . . . .	7
<b>3 Étude de la liaison entre une variable qualitative et une variable quantitative</b>	<b>9</b>
3.1 Statistiques conditionnelles . . . . .	9
3.2 $F$ de Fischer et rapport de corrélation . . . . .	9
<b>4 Étude de la liaison entre deux variables qualitatives</b>	<b>11</b>
4.1 Indépendance de deux variables . . . . .	11
4.2 Effectifs théoriques d'indépendance . . . . .	11
4.3 Indice du $\chi^2$ et $C$ de Cramer . . . . .	11
<b>5 Régression linéaire</b>	<b>13</b>
5.1 Covariance et coefficient de corrélation linéaire . . . . .	13
5.2 Droite de régression de $Y$ en $X$ . . . . .	13
<b>6 Réponses</b>	<b>15</b>
6.1 Généralités sur la statistique descriptive bivariée . . . . .	15
6.2 Représentations graphiques . . . . .	18



# 1 Généralités sur la statistique descriptive bivariée

## 1.1 Mise en forme des données

1. Effectuer la table de contingence des variables « Couleur des yeux » et « Couleur des yeux de la mère ». Que vaut  $n_{23}$  ?
2. Déterminer les fréquences conjointes des variables « Couleur des yeux » et « Couleur des yeux de la mère ». Que vaut  $f_{23}$  ?

## 1.2 Distributions marginales

Déterminer les distributions marginales des variables « Couleur des yeux » et « Couleur des yeux de la mère ». Que vaut  $n_{.3}$ ,  $n_{2.}$  ?

## 1.3 Distributions conditionnelles

1. Déterminer les distributions de la variable  $X$  : « Couleur des yeux » conditionnellement aux différentes modalités de la variable  $Y$  : « Couleur des yeux de la mère ».
2. Que vaut  $f_{\text{Bleu}}^{[Y = \text{Bleu}]}$  ? Interprétez cette valeur.



## 2 Représentations graphiques

### 2.1 Représentation graphique de deux variables qualitatives

1. Représenter la distribution conjointe des variables « Couleur des yeux » et « Couleur des yeux de la mère ».
2. On considère les variables : « Sexe » et « Avoir eu une mention (supérieure ou égale à AB) ».
  - a) Déterminer la table de contingence de ces deux variables.
  - b) Effectuer le diagramme en barre de la distribution de la « Mention » conditionnellement aux modalités de la variable « Sexe ».  
Même question pour la distributions du « Sexe » conditionnellement aux modalités de la variable « Mention ».  
Quel graphique permet de savoir si les filles ont mieux réussi que les garçons ?  
Conclusion ?
  - c) Effectuer les diagrammes circulaires parallèles de la distribution de « Mention » conditionnellement aux modalités de la variable « Sexe ».
3. Effectuer le diagramme en triangle de la distribution de la variable « Couleur des yeux » conditionnellement aux modalités de la variable « Couleur des yeux de la mère ». Interpréter.

### 2.2 Représentation graphique d'une variable qualitative et d'une variable quantitative

Représentez, sur deux diagrammes à la même échelle :

- la distribution conjointe des variables « Sexe » et « Note en mathématiques au baccalauréat » ;
- la distribution conjointe des variables « Sexe » et « Note en EPS au baccalauréat ».

Conclusion ?

### 2.3 Représentation graphique de deux variables quantitatives

Représentez la distribution conjointe des variables « Note en mathématiques au baccalauréat » et « Note en EPS au baccalauréat ». Utilisez deux couleurs différentes pour représenter les modalités correspondant à des filles et les modalités correspondant à des garçons.



# 3 Étude de la liaison entre une variable qualitative et une variable quantitative

## 3.1 Statistiques conditionnelles

Soient  $X$  et  $Y$ , respectivement, les variables « Note en mathématiques au baccalauréat » et « Sexe ».

1. Donnez, pour chacune des deux sous populations

$$\mathcal{P}_1 = \{Y = \text{« Homme »}\} \quad \mathcal{P}_2 = \{Y = \text{« Femme »}\}$$

les valeurs de  $X$ .

2. Pour les deux populations définies à la question précédente, calculer les statistiques conditionnelles :

	$\mathcal{P}_1$	$\mathcal{P}_2$	$\mathcal{P}$
$N_j$			
$\bar{X}_j$			
$\sigma_j$			

3. Déterminer la variance intra-classes et la variance inter-classes. Vérifier, sur cet exemple, la relation fondamentale de décomposition de la variance.
4. Déterminer, pour les variables  $X'$ , « Note en EPS au baccalauréat » et  $Y$ , la variance intra-classes et la variance inter-classes. Interpréter les différences entre ces valeurs et celles obtenues à la question précédente.

## 3.2 $F$ de Fischer et rapport de corrélation

Les variables  $X$ ,  $X'$  et  $Y$  sont les mêmes que dans l'exercice précédent.

1. Déterminer, pour les couples  $(X, Y)$  et  $(X', Y)$ , la valeur de  $F$ .
2. Déterminer, pour les couples  $(X, Y)$  et  $(X', Y)$ , la valeur du rapport de corrélation. Interpréter.



## 4 Étude de la liaison entre deux variables qualitatives

### 4.1 Indépendance de deux variables

Soient  $X$  et  $Y$  les variables, respectivement, « Sexe » et « Avoir eu une mention (ou non) ». Dans ce cas, peut-on dire qu'il y a indépendance entre les deux variables? Que peut-on dire concrètement, à partir de ces deux tableaux, sur la liaison entre les deux variables?

### 4.2 Effectifs théoriques d'indépendance

1. Que valent les effectifs théoriques d'indépendance des variables « Sexe » et « Avoir eu une mention (ou non) »?
2. Même question pour les variables « Couleur des yeux » et « Couleur des yeux de la mère ». Quelles paires de modalités sont sous-représentées? sur-représentées?

### 4.3 Indice du $\chi^2$ et $C$ de Cramer

1. Déterminer les contributions au  $\chi^2$  pour la table de contingence des variables « Sexe » et « Avoir eu une mention ».
2. Déterminer les contributions au  $\chi^2$  pour la table de contingence des variables « Couleur des yeux » et « Couleur des yeux de la mère ». Quelles paires de modalités contribuent le plus au  $\chi^2$ ? Interpréter.
3. Déterminer la valeur du  $\chi^2$  pour les deux tables de contingence de l'exercice précédent.
4. Déterminer la valeur du  $C$  de Cramer pour les deux tables de contingence de l'exercice précédent. Interprétation?



## 5 Régression linéaire

### 5.1 Covariance et coefficient de corrélation linéaire

On s'intéresse ici aux variables  $X$ , « Note en mathématiques au baccalauréat » et  $Y$ , « Note en EPS au baccalauréat ». Pour information, on rappelle le nuage de points de ces deux variables :

1. Calculez la covariance,  $\text{Cov}(X, Y)$ .
2. Déterminez le coefficient de corrélation linéaire,  $r(X, Y)$ . Interprétez. Pouvait-on, connaissant le nuage de points, s'attendre à ce résultat ?
3. Soit  $X'$  la variable « Moyenne en mathématiques en terminale ».
  - a) Effectuez un graphique similaire au nuage de points des variables  $X$  et  $Y$  pour les variables  $X'$  et  $X$ .
  - b) Déterminez le coefficient de corrélation linéaire,  $r(X', X)$ . Interprétez. Pouvait-on prévoir ce résultat ?

### 5.2 Droite de régression de $Y$ en $X$

1. Déterminez l'équation de la droite de régression de  $Y$  en  $X$  et celle de la droite de régression de  $X$  en  $X'$ .
2. Une de ces deux droites permet-elle de faire des prévisions raisonnables ? Déterminez la valeur prévue de la note en mathématiques au baccalauréat pour un élève ayant 12 de moyenne annuelle dans cette matière. Commentaires ?



# 6 Réponses

## 6.1 Généralités sur la statistique descriptive bivariée

Table de contingence des variables « Couleur des yeux » et « Couleur des yeux de la mère » (Question 1.1 page 5)

**Distribution de la variable « Couleur des yeux » conditionnellement aux modalités de la variable « Couleur des yeux de la mère » (Question 1.3 page 5)**

## 6.2 Représentations graphiques

Table de contingence des variables « Mention au baccalauréat » et « Sexe » (Question 2.1 page 7)

Distribution de la variable « Mention au baccalauréat » conditionnellement aux modalités de la variable « Sexe » (Question 2.1 page 7)

**Distribution de la variable « Sexe » conditionnellement aux modalités de la variable  
« Mention au baccalauréat (Question 2.1 page 7)**